دور کرهٔ زمین با عدد

(قسمت اول)

سرگرمی‌های عددی

عباس قلعه‌پوراقدم

عددی بین ۳ و ۴ است؛ عددی اعشاری‌ست که قسمت اعشاری آن پایان ندارد. به دایره و محیط آن ربط دارد و تقریباً برابر ۳/۱۴ است، ولی مقدار دقیق آن معلوم نیست.

بله! درست حدس زده‌اید. موضوع این بخش از سرگرمی‌های عددی، عدد معروف «پی» است که عضوی از مجموعهٔ عددهای گنگ به شمار می‌رود. با مجموعه‌های عددهای طبیعی و صحیح در دورهٔ ابتدایی آشنا شده‌اید.

عددهای طبیعی: ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ....

عددهای صحیح: ... و ۴- و ۳- و ۲- و ۱- و ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ...

عددهای کسری و اعشاری مثبت را نیز می‌شناسید، مانند $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۳}{۷}$، ۰/۳، ۱۳/۲۴ و .... مجموعه‌ای دیگر از عددها به غیر از طبیعی و صحیح وجود دارند که عددهای «گویا» نام دارند؛ هر عددی را که بتوان به‌صورت نسبت (تقسیم) دو عدد صحیح نوشت، عدد گویا می‌گویند. عددهای گویا عبارت‌اند از:

۱. عددهای صحیح: هر عدد صحیح را می‌توان به‌صورت نسبت آن عدد بر یک نوشت؛ مانند $\frac{۵}{۱} = ۵$ یا $\frac{-۴}{۱} = -۴$ یا $\frac{۰}{۱} = ۰$، پس هر عدد صحیح یک عدد گویا نیز هست.

۲. کسرهای مثبت و منفی، مانند $\frac{۳}{۵}$، $-\frac{۸}{۵}$ و $\frac{۲}{۷}$.

۳. عددهای اعشاری پایان‌دار و بی‌پایان با جزء تکراری. این‌ها همان صورت اعشاری مورد دو هستند. برای نوشتن کسر $\frac{۴}{۵}$ به‌صورت اعشاری دو راه وجود دارد:

الف) تبدیل مخرج به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... $\frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸$

ب) تقسیم صورت بر مخرج:

$$\begin{array}{r|l} ۴/۰ & ۵ \\ \hline -۴/۰ & ۰/۸ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

بعضی کسرها وجود دارند که تبدیل مخرج آن‌ها به ۱۰ یا توانی از ۱۰، یا ممکن نیست یا کار سختی است. در مورد این‌گونه کسرها از تقسیم صورت بر مخرج، یا روی کاغذ یا با ماشین‌حساب، استفاده می‌کنیم. برای مثال، صورت اعشاری کسرهای $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۱۱}{۱۴}$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$\frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$ و $\frac{۱۱}{۱۴} = ۰/۷۸۵۷۱۴۲۸۵۷$

برخی کسرها هم هستند که صورت اعشاری آن‌ها با این سه مثالی که زده شد، متفاوت است. به‌عنوان نمونه، کسر $\frac{۲}{۳}$. وقتی دو را بر سه تقسیم می‌کنیم، به دنباله‌ای از شش‌ها می‌رسیم که پایانی ندارند و همین‌طور تکرار می‌شوند. $\frac{۲}{۳} = ۰/۶۶۶۶۶...$

مثالی دیگر $\frac{۶۱}{۱۱۱}$ است که در صورت اعشاری آن رقم‌های ۵، ۴ و ۹ به‌صورت ۵۴۹ پشت سر هم تکرار می‌شوند. $\frac{۶۱}{۱۱۱} = ۰/۵۴۹۵۴۹۵۴۹...$

به عددهای اعشاری ۰/۸، ۰/۸۷۵، ۰/۷۸۵۷۱۴۲۸۵۷ و مانند آن‌ها، «عددهای اعشاری پایان‌دار» و به عددهای اعشاری مشابه ۰/۶۶۶۶... و ۰/۵۴۹۵۴۹... «عددهای اعشاری بی‌پایان با جزء تکراری» می‌گویند. هر دوی این نوع عددها از عددهای گویا هستند.

نوبت شما: صورت اعشاری کدام‌یک از کسرهای زیر پایان‌دار یا بی‌پایان با جزء تکراری است؟ $\frac{۶}{۷}$، $\frac{۲}{۵}$، $\frac{۸}{۱۱}$

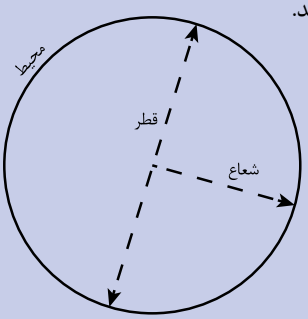
از این دو نوع عدد اعشاری که بگذریم، عددهای اعشاری دیگری نیز وجود دارند که بی‌پایان هستند و جزء تکراری هم ندارند و هیچ‌گونه الگوی خاصی در رقم‌های اعشاری آن‌ها وجود ندارد. این‌گونه عددها گویا نیستند؛ یعنی نسبت هیچ دو عدد صحیحی نیستند. به این‌گونه عددها «عدد گنگ» می‌گویند؛ مانند $\sqrt{۳}$، $\sqrt{۲}$، و $\sqrt{۵}$ که با دقت ۱۰ رقم اعشار به‌صورت زیر هستند:

$\sqrt{۲} = ۱/۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳...$

$\sqrt{۳} = ۱/۷۳۲۰۵۰۸۰۷۵...$

$\sqrt{۵} = ۲/۲۳۶۰۶۷۹۷۷۴...$

پیدا کردن مقدار دقیق این عددها ممکن نیست و ما هر قدر رقم‌های اعشاری بیشتری از آن‌ها را به‌دست بیاوریم، به مقدار واقعی آن‌ها نزدیک و نزدیک‌تر می‌شویم. عدد پی که شما آن را ۳/۱۴ می‌شناسید نیز یک عددگنگ است. پی همان نسبت محیط هر دایره به قطر آن است. یعنی اگر محیط هر دایره را بر اندازهٔ قطر آن تقسیم کنیم، همیشه مقدار ثابتی به دست می‌آید که آن را با π نشان می‌دهند.



$$\pi = \frac{\text{محیط دایره}}{\text{قطر دایره}}$$

نزدیک شدن به پی

پی عددی گنگ است و رقم‌های اعشاری آن پایانی ندارند. در طول تاریخ دانشمندان بسیاری از نقاط متفاوت جهان به دنبال یافتن یک مقدار تقریبی برای پی بوده‌اند و تلاش کرده‌اند که هرچه بیشتر به آن نزدیک و نزدیک‌تر شوند و تعداد رقم‌های اعشاری بیشتری از آن را پیدا کنند. در کتاب‌های درسی از

مقدار تقریبی ۳/۱۴ برای پی استفاده می‌کنیم. در موضوع‌های مهم‌تر، مانند هدایت کشتی و هواپیما، کاربردهای نظامی و ... به تقریب بهتری نیاز داریم و از π با ده رقم اعشار استفاده می‌کنیم.

π =۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵...

برای محاسبه‌های ستاره‌شناسی از π با ۵۰ رقم اعشار استفاده می‌شود.

π=۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲۳۸۴۶۲۶۴۳۳
۸۳۲۷۹۵۰۲۸۸۴۱۹۷۱۶۹۳۹۹۳۷۵۱۰

با وجود اینکه ۵۰ رقم اعشار پی برای محاسبه‌ها کافی است، انسان‌های اندیشمند به دلیل علاقه به کشف موضوع‌های جدید همیشه سعی کرده‌اند رقم‌های بیشتری از پی را بیابند و رکوردی را برای خود ثبت کنند. به‌طوری که شما اکنون می‌توانید با کمی جست‌وجو در اینترنت عدد پی را تا ۱۰۰۰ رقم، نَه تا ۱۰۰۰۰۰۰ (10^6) رقم، نَه تا یک میلیارد (۱۰۰۰۰۰۰۰۰=10^9) رقم، باز هم نَه تا هزار میلیارد (یا یک تریلیون، ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰=10^{12}) رقم اعشاری ببینید.

آخرین سه رکورد ثبت‌شده از این قرارند:

۱. در ۱۱ نوامبر ۲۰۱۶، **پیتر تروب** (Peter Trueb) توانست پی را تا حدود ۲۲ تریلیون رقم اعشار (22×10^{12}) محاسبه کند.

۲. در ۱۴ مارس ۲۰۱۹، **اما هاروکا** (Emma Haruka) توانست پی را تا حدود ۳۱ تریلیون رقم اعشار (31×10^{12}) محاسبه کند.

۳. در ۲۹ ژانویهٔ ۲۰۲۰ **تیموتی مولیکان** (Timothy Mulican) پی را تا ۵۰ تریلیون رقم اعشار (50×10^{12}) محاسبه کرد.

عدد پی از پلدشت تا بندر گواتر

فرض کنید بخواهیم از آخرین رکورد، یعنی پنجاه تریلیون (۵ و جلویش ۱۳تا صفر)، به عبارت دیگر پنجاه‌هزار میلیارد رقم اعشار، یک پرینت کاغذی تهیه کنیم. آیا می‌توانید تصور کنید که چقدر کاغذ موردنیاز خواهد بود و طول عدد چقدر می‌شود؟ به این موضوع فکر می‌کردم که مسئله و پرسشی به ذهنم آمد:

مسئله: اگر عدد پی را با یک میلیارد رقم اعشار آن (یعنی 10^9 رقم) که $\frac{1}{50000}$ آخرین رکورد ثبت‌شده است، روی یک نوار کاغذی بنویسیم، طول این نوار چقدر خواهد بود؟

حل: مسئله کمی مبهم است. چون مشخص نشده است که رقم‌ها به چه اندازه‌ای نوشته شوند. دست‌خط همه یکسان نیست، یکی ریز می‌نویسد و دیگری درشت. پس باید سراغ تایپ رایانه‌ای می‌رفتم. با فونت‌های ۱۲ و ۱۴ رقم‌های ۰، ۱، ۲ تا ۹ را چهار بار پشت سر هم (جمعاً ۴۰ رقم) در دو حالت تایپ کردم. بار اول بین دو رقم یک فاصله گذاشتم و در حالت دوم فاصله را حذف کردم. بعد از تایپ، چاپ کردم که به صورت زیر بود:

۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹
۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹

۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹

۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹

از میان سطر اول (فونت ۱۲ با یک فاصله)، سطر دوم (۱۲ بدون فاصله)، سطر سوم (۱۴ با یک فاصله) و سطر چهارم (۱۴ بدون فاصله)، به نظرم رسید که سطر دوم هم خواناست و هم زیاد درشت نیست. طول ۴۰ رقم سطر دوم را اندازه گرفتم، حدود ۸۴ میلی‌متر شد. پس طول ۴۰ رقم با فونت ۱۲ (بدون فاصله) می‌شود ۸۴ میلی‌متر. حالا باید حساب می‌کردم که اگر یک میلیارد رقم را با همین اندازه پشت سر هم بنویسیم، طول این عدد چقدر خواهد بود. جدول تناسب لازم بود.

تعداد رقم‌ها	۴۰	10^9
طول عدد	۸۴	x

باید x را پیدا می‌کردم:

$$x=\frac{84\times10^9}{40}=21\times10^8$$

پس نوار کاغذی که این عدد روی آن نوشته می‌شود، باید 21×10^8 میلی‌متر یا 21×10^5 متر یا 21×10^2 (۲۱۰۰) کیلومتر طول داشته باشد. تصور کنید عددی با ۲۱۰۰ کیلومتر طول!

شهر مرزی «پلدشت» از آذربایجان غربی را تقریباً می‌توان شمال‌غربی‌ترین نقطهٔ کشورمان ایران دانست. از طرف دیگر، «بندر گواتر» از استان سیستان‌وبلوچستان در همسایگی پاکستان هم جنوب‌شرقی‌ترین نقطهٔ ایران محسوب می‌شود. هر دوی این شهرهای مرزی زیبایی‌های خاص خودشان را دارند. به سراغ نقشه رفتم و این دو شهر را با خط مستقیم به هم وصل کردم. با ضرب کردن طول این خط در مقیاس نقشه، فاصلهٔ این دو شهر را تقریباً ۲۱۵۰ کیلومتر به دست آوردم. یعنی می‌توانید این‌گونه تصور کنید که نوار کاغذی که روی آن پی با یک میلیارد رقم نوشته شده است، از پلدشت تا نزدیکی‌های بندر گواتر کشیده می‌شود.

نوبت شما: در فونت ۱۴ بدون فاصله، طول ۴۰ رقم برابر ۹۷ میلی‌متر است. شما این مورد را محاسبه کنید.

آخرین رکورد محاسبهٔ پی، پنجاه‌هزار میلیارد رقم اعشاری دارد. این یعنی اگر پی را با این تعداد رقم با فونت ۱۲ بدون فاصله روی نوار کاغذی تایپ کنیم، طول نوار کاغذی پنجاه‌هزار برابر ۲۱۰۰ کیلومتر، یعنی ۱۰۵۰۰۰۰۰۰ کیلومتر خواهد شد. حالا در پایان به دو نکتهٔ جالب زیر توجه کنید:

۱. محیط استوایی زمین برابر ۴۰۰۷۶ کیلومتر است. اگر ۱۰۵ میلیون کیلومتر را بر ۴۰۰۷۶ تقسیم کنیم، تقریباً به عدد ۲۶۲۰ می‌رسیم. یعنی اگر نوار کاغذی شامل پنجاه‌هزار میلیارد رقم پی را دور زمین بکشیم، ۲۶۲۰ دور می‌شود.

۲. فاصلهٔ زمین تا ماه به‌طور تقریبی ۳۸۴۰۰۰ کیلومتر است. اگر ۱۰۵۰۰۰۰۰۰ را بر این عدد تقسیم کنیم، تقریباً به عدد ۲۷۳ می‌رسیم. این یعنی طول نوار کاغذی تقریباً برابر ۱۳۶ بار مسیر رفت و برگشت بین زمین و ماه خواهد بود.